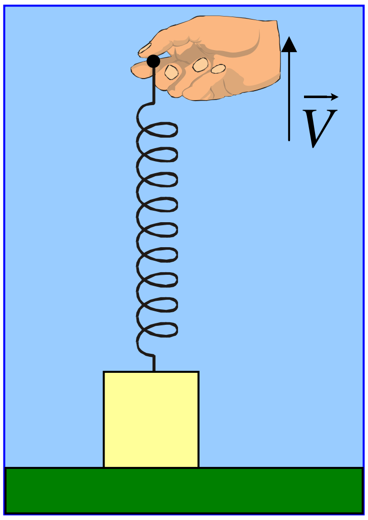
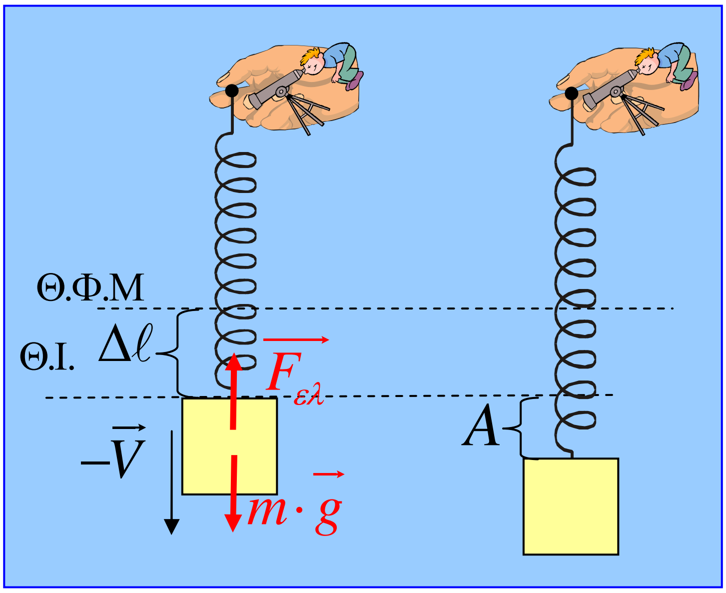
Ένα σώμα στερεωμένο σε ελατήριο ανασηκώνεται.



Το σώμα του σχήματος ακουμπά στο έδαφος. Έχει μάζα 4 kg και είναι προσδεδεμένο σε ελατήριο σταθεράς 16 N/m. Με το χέρι μας τραβάμε κατακόρυφα την άλλη άκρη ώστε να κινείται με σταθερή ταχύτητα 2 m/s.
Να μελετηθεί η κίνηση του σώματος.
Επιτάχυνση βαρύτητας η γνωστή μαθητική.

Απάντηση:
Για να αποφύγουμε χρήση διαφορικής εξίσωσης, θα χρησιμοποιήσουμε έναν κινούμενο παρατηρητή καθισμένο στο χέρι μας. Φυσικά είναι αδρανειακός παρατηρητής.



Αυτός βλέπει το έδαφος και το σώμα να κινούνται προς τα κάτω με ταχύτητα $-\vec{V}$. Κάποια στιγμή η δύναμη από το ελατήριο γίνεται ίση με το βάρος. Μηδενίζεται η δύναμη επαφής και το σώμα αποκολλάται από το έδαφος. Επιβραδυνόμενο από το ελατήριο κινείται πιο αργά από το έδαφος.

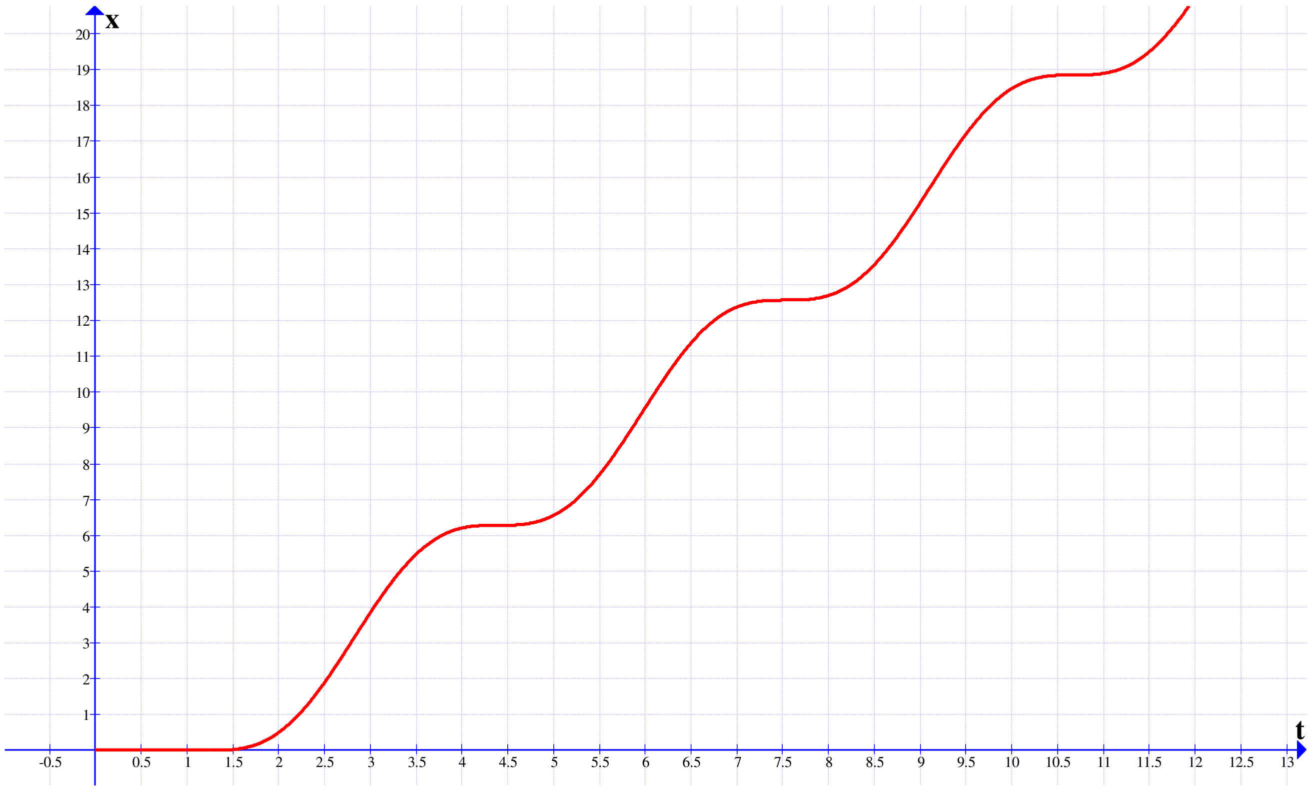
Το βλέπει να εκτελεί ταλάντωση και να έχει ταχύτητα $-\vec{V}$ στην θέση ισορροπίας.
Το πλάτος της ταλάντωσης:
$A\cdot\omega = V \Rightarrow A\cdot\sqrt{\frac{k}{m}} = V \Rightarrow A = 1m$
Όσο για την επιμήκυνση $\Delta\ell$: $k\cdot\Delta\ell = m\cdot g \Rightarrow \Delta\ell = 2{,}5m$
Τι βλέπει ο παρατηρητάκος μας συνολικά;
Βλέπει το σώμα να κινείται με σταθερή ταχύτητα $2\,{}^{m}\!/_{s}$ προς τα κάτω, μέχρι να διανύσει απόσταση $\Delta\ell = 2{,}5m$. Απαιτείται χρόνος $\Delta t = \frac{\Delta\ell}{V} = 1{,}25s$.
Έπειτα όμως βλέπει αρμονική ταλάντωση. Η αρχική φάση είναι π, διότι βρίσκεται στην Θ.Ι. κινούμενο προς τα κάτω. Μην πιάνουμε στρεφόμενο για τόσο οικείες καταστάσεις, τη στιγμή που απευθυνόμαστε σε συναδέλφους.
Δηλαδή:
$x_\phi = -V\cdot t = -2\cdot t$ (S.I.) για $t \le 1{,}25s$
Και
$x_\phi = -2{,}5 + \eta\mu\left[2\left(t-1{,}25\right)+\pi\right] = -2{,}5 - \eta\mu\left(2t-2{,}5\right)$ (S.I.) για $t > 1{,}25s$

Εμείς οι ακίνητοι παρατηρητές πρέπει να προσθέσουμε την μετατόπιση του παρατηρητή.
Δηλαδή $x = x_\phi + V\cdot t$
Έτσι θα έχουμε ότι:
$x = 0$ για $t \le 1{,}25s$

Και

$x = 2 \cdot t - 2,5 - \eta\mu(2t - 2,5)$ (S.I.) για $t > 1,25s$

Η γραφική παράσταση της θέσης:



Η ταχύτητα τώρα με παραγώγιση:

$\upsilon = 0$ για $t \leq 1,25s$

Και

$\upsilon = 2 - 2\sigma\upsilon\nu(2t - 2,5)$ (S.I.) $t > 1,25s$

Η γραφική της παράσταση:

Έστω ℓ_o το αρχικό μήκος του ελατηρίου.

Το μήκος του μια τυχαία στιγμή θα είναι η διαφορά των θέσεων χεριού-σώματος.

Ήτοι:

$\ell = \ell_o + 2 \cdot t$ (S.I.) για $t \le 1{,}25s$

Και

$\ell = [\ell_o + 2 \cdot t] - [2 \cdot t - 2{,}5 - \eta\mu(2t - 2{,}5)] = \ell_o + 2{,}5 + \eta\mu(2t - 2{,}5)$ (S.I.) για $t > 1{,}25s$

Η επιμήκυνση δηλαδή είναι:

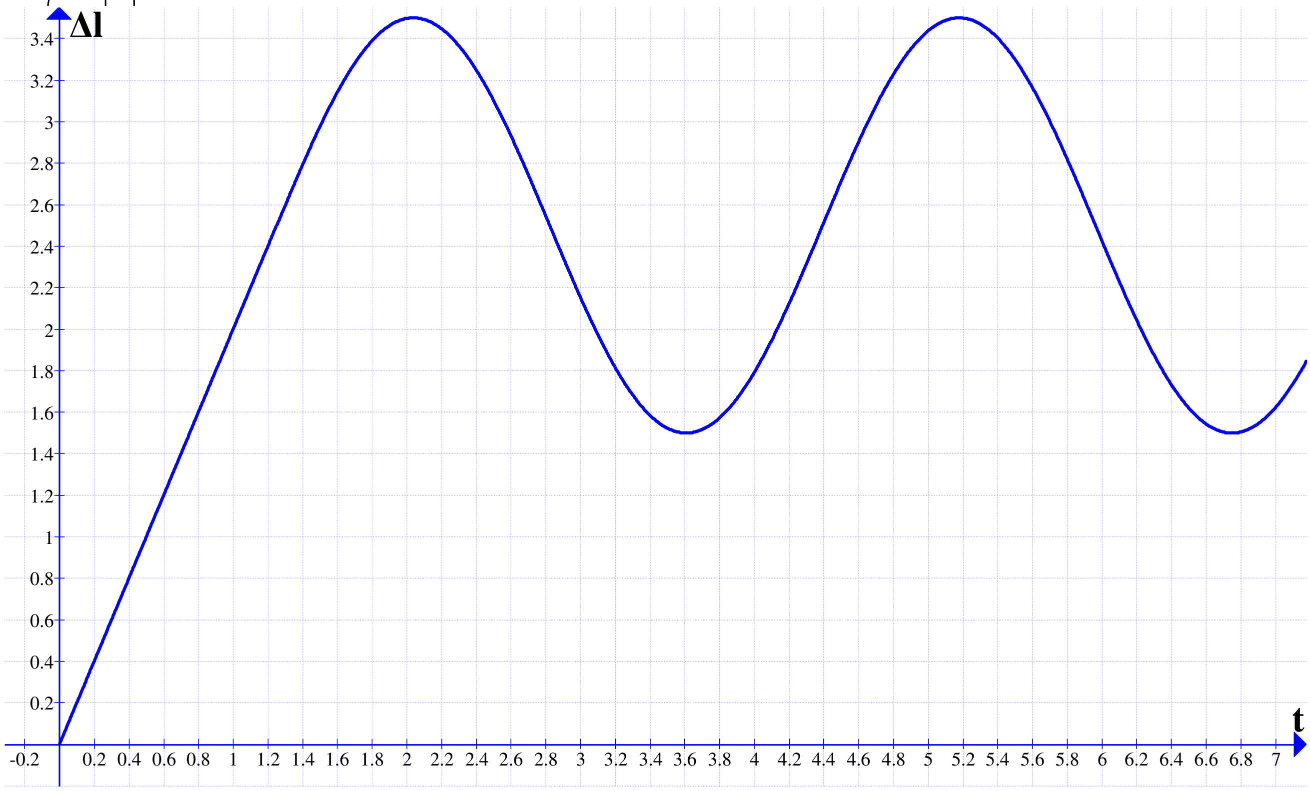
$\Delta\ell = 2 \cdot t$ (S.I.) για $t \le 1{,}25s$

Και

$\Delta\ell = 2{,}5 + \eta\mu(2t - 2{,}5)$ (S.I.) για $t > 1{,}25s$

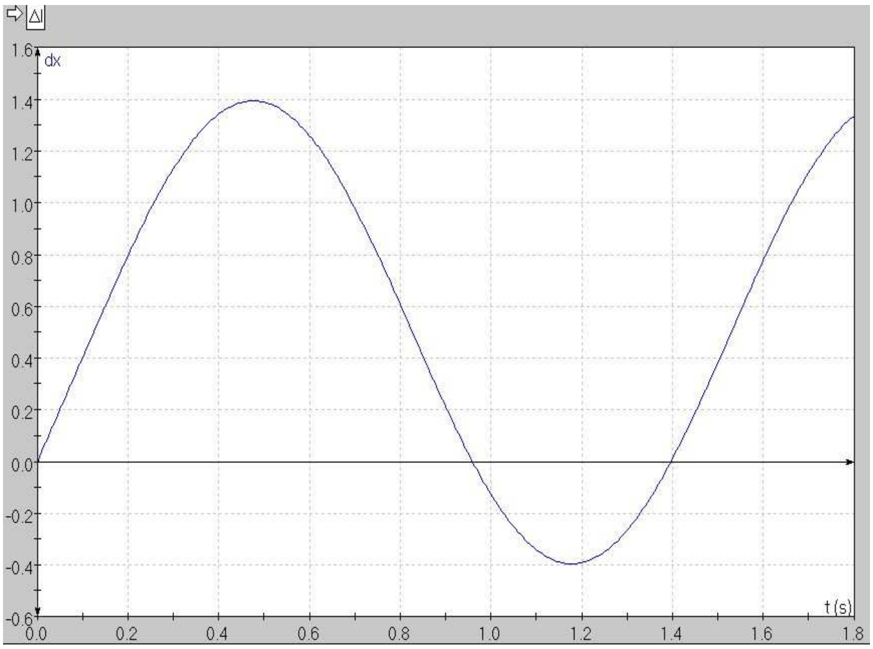
Παρατηρούμε ότι είναι πάντοτε θετική, με ακραίες τιμές $3{,}5m$ και $1{,}5m$.

Συγκεκριμένα:

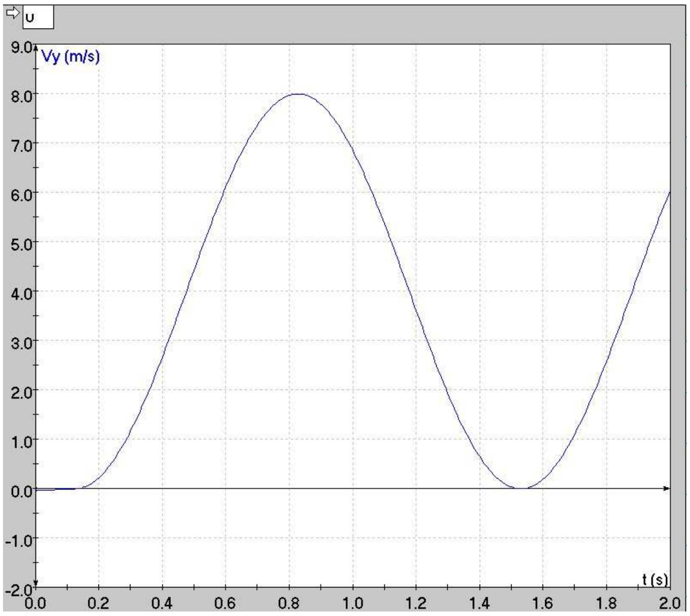


Αυτό δεν είναι μια γενική κατάσταση.

Μην ξεχνάμε ότι στον όρο $\Delta\ell = 2{,}5 + \eta\mu(2t - 2{,}5)$, $2{,}5m$ είναι το αρχικό $\Delta\ell$ και $1m$ το πλάτος της ταλάντωσης. Αν είχαμε $k = 20 \, N/m$, $m = 1kg$ και $V = 4 \, m/s$ τότε έχουμε την εικόνα που φαίνεται δεξιά.



Ακόμα όμως και σ' αυτήν την περίπτωση η ταχύτητα δεν γίνεται αρνητική:



Είναι απολύτως λογικό.
Ο παρατηρητάκος μας βλέπει το σώμα να κινείται προς τα κάτω, στην χειρότερη περίπτωση με ταχύτητα $-\vec{V}$.
Εμείς όμως προσθέτουμε στην ταχύτητα αυτήν την ταχύτητα $\vec{V}$ του παρατηρητάκου.
Το μικρότερο που μπορούμε να βγάλουμε είναι μηδενική ταχύτητα.
Αυτό συμβαίνει τις στιγμές που ο παρατηρητάκος μας βλέπει το σώμα στην Θ.Ι. , κινούμενο προς τα κάτω.