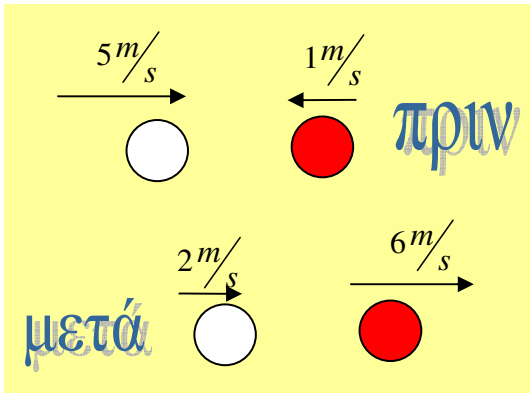


## Ασκήσεις στις κρούσεις.

### Η πρώτη:



Είναι δυνατόν η κρούση να είναι ελαστική;  
Οι μάζες δεν είναι γνωστές.

#### Απάντηση:

Σε κάθε ελαστική κρούση  $v_1 + v_1' = v_2 + v_2'$ .

Αν η κρούση ήταν ελαστική θα έπρεπε  $7 \frac{m}{s} = 5 \frac{m}{s}$ .

### Μπόνους:

Τι συμβαίνει όμως εδώ;

Από την διατήρηση της ορμής έχουμε πως  $m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2'$

$$\Rightarrow m_1 \cdot (v_1 - v_1') = m_2 \cdot (v_2' - v_2) \Rightarrow m_1 \cdot (v_1 - v_1') \cdot (v_1 + v_1') > m_2 \cdot (v_2' - v_2) \cdot (v_2' + v_2)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot v_2^2 > \frac{1}{2} m_1 \cdot v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot v_2'^2$$

Έχουμε δηλαδή απώλεια ενέργειας.

### Ηθικό δίδαγμα:

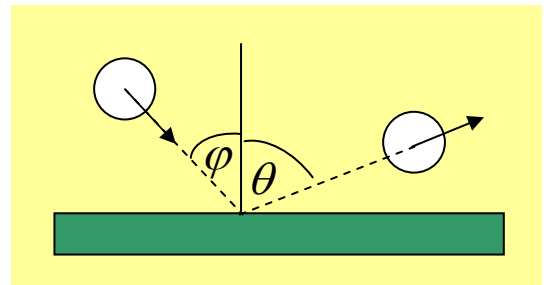
Προτρέπουμε τα παιδιά να διαβάζουν τις αποδείξεις. Είναι πιθανό ένα τέτοιο παιδί να θυμηθεί την σχέση  $v_1 + v_1' = v_2 + v_2'$ . Θα γλυτώσει όλη την φασαρία με τους μακρείς τύπους.

### Η δεύτερη:

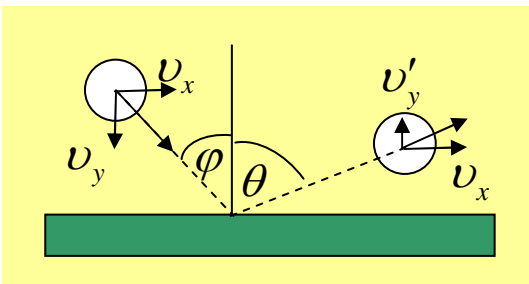
Είναι δυνατόν η κρούση να είναι ελαστική;

Όπως φαίνεται στο σχήμα  $\varphi < \theta$ .

Το τοίχωμα είναι λείο.



#### Απάντηση:



Αφού το τοίχωμα είναι λείο, ουδεμία δύναμη υπάρχει στον άξονα x και η x ταχύτητα διατηρείται.

$$\varphi < \theta \Rightarrow \sigma\varphi > \sigma\theta \Rightarrow \frac{|v_y|}{|v_x|} > \frac{|v'_y|}{|v_x|} \Rightarrow |v_y| > |v'_y|$$

Η κρούση δεν είναι ελαστική διότι δεν έχουμε αναστροφή της y ταχύτητας.

Η τελική ταχύτητα έχει την y συνιστώσα μικρότερη.

Έχει επομένως μικρότερο μέτρο. Η κινητική ενέργεια μειώνεται λόγω ενεργειακών απωλειών κατά την κρούση με το τοίχωμα.

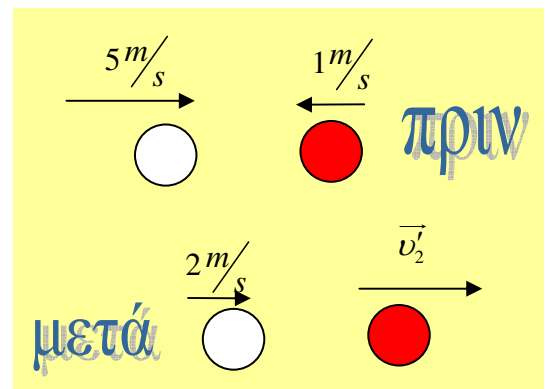
### Η τρίτη:

Αν η κρούση είναι ελαστική, βρείτε την  $v_2'$  και τον λόγο των μαζών.

#### Απάντηση:

$$v_1 + v_1' = v_2 + v_2' \Rightarrow 5 \frac{m}{s} + 2 \frac{m}{s} = -1 \frac{m}{s} + v_2' \Rightarrow v_2' = 8 \frac{m}{s}$$

$$\text{Επίσης } m_1 \cdot (v_1 - v_1') = m_2 \cdot (v_2' - v_2) \Rightarrow m_1 \cdot 3 = m_2 \cdot 9 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = 3$$

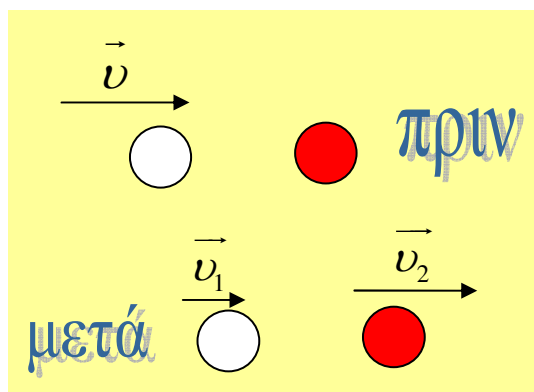


## Ηθικόν δίδαγμα, αυτό της πρώτης άσκησης.

### Η τέταρτη:

Ξέρουμε ότι όταν ένα κινούμενο σώμα συγκρούεται ελαστικά και μετωπικά με άλλο ίδιας μάζας ακινητοποιείται. Το ακίνητο αποκτά ταχύτητα ίση με αυτήν του κινούμενου.

Τι θα συμβεί αν η κρούση είναι ανελαστική;



### Απάντηση:

Διατήρηση ορμής:

$$m \cdot v = m \cdot v_1 + m \cdot v_2 \Rightarrow v = v_1 + v_2 \quad (1)$$

Για την ενέργεια:

$$\frac{1}{2} m \cdot v^2 > \frac{1}{2} m \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} m \cdot v_2^2 \Rightarrow (v_1 + v_2)^2 > v_1^2 + v_2^2$$

$$v_1^2 + v_2^2 + 2v_1 \cdot v_2 > v_1^2 + v_2^2 \Rightarrow v_1 \cdot v_2 > 0$$

Όμως  $v_2 > 0$  διότι μόνο δεξιά θα κινηθεί η κόκκινη.

Έτσι και  $v_1 > 0$ .

Από την σχέση (1) φαίνεται εύκολα πως  $v > v_2$ , δηλαδή θα κινηθεί με μικρότερη ταχύτητα από αυτήν με την οποία θα εκινείτο αν η κρούση ήταν ελαστική.

Γίνεται φανερό το ότι οι δυνάμεις στην ανελαστική κρούση είναι μικρότερες και προκαλούν μικρότερες μεταβολές στην ορμή.