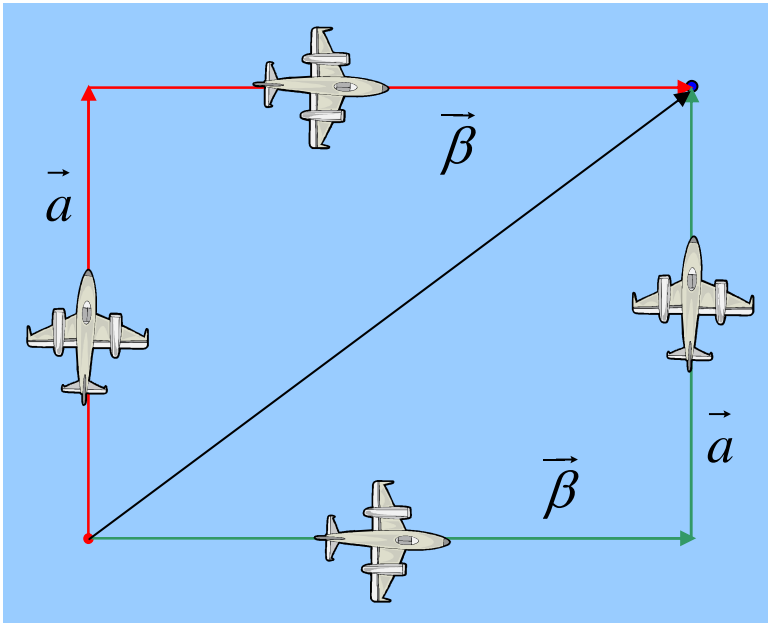


Δύο διαδοχικές κινήσεις.

Ένα αεροπλάνο πετάει 3 km βόρεια και κατόπιν 4 km ανατολικά. Βρίσκεται στο σημείο A. Αν εκτελούσε τις κινήσεις με άλλη σειρά βρίσκεται στο B. Ταυτίζονται τα δύο σημεία;



Ναι, είναι η προφανής απάντηση, ταυτίζονται. Το γιατί είναι σχετικά απλό.
 $\vec{a} + \vec{\beta} = \vec{\beta} + \vec{a}$

Οι μετατοπίσεις είναι διανύσματα. Η πρόσθεση διανυσμάτων «υπακούει» στην αντιμεταθετική ιδιότητα.

Θα μπορούσαμε με ισότητα τριγώνων να δείχναμε το ίδιο και σε παιδιά που αγνοούν τα διανύσματα ή βρίσκουν κάπως «άβολη» την επίκληση της αντιμεταθετικής ιδιότητας κατά την πρόσθεσή τους.

Τα πράγματα είναι απλά, διότι για τόσο μικρές αποστάσεις θεωρούμε ότι όλα εξελίσσονται σε ένα επίπεδο.

Θα μπορούσαμε να δεχθούμε το ίδιο για μεγάλες επίγειες μετακινήσεις;

Ας πούμε (μας βολεύει) ότι το αεροπλάνο ταξιδεύει από τον Ισημερινό 20.000/3 km βόρεια και 20.000 km ανατολικά.

Βρίσκεται στο A. Θα βρεθεί πάλι στο A αν εκτελέσει ανάποδα τα δύο ταξίδια;

Αν όχι, αν δηλαδή βρεθεί σε κάποιο σημείο B, πόσο απέχουν τα A και B;

Πόσα δηλαδή χιλιόμετρα πρέπει να πετάξει το αεροπλάνο μας για να πάει από το A στο B;

Πρώτο ταξίδι:

Θα φτάσει στο σημείο A.

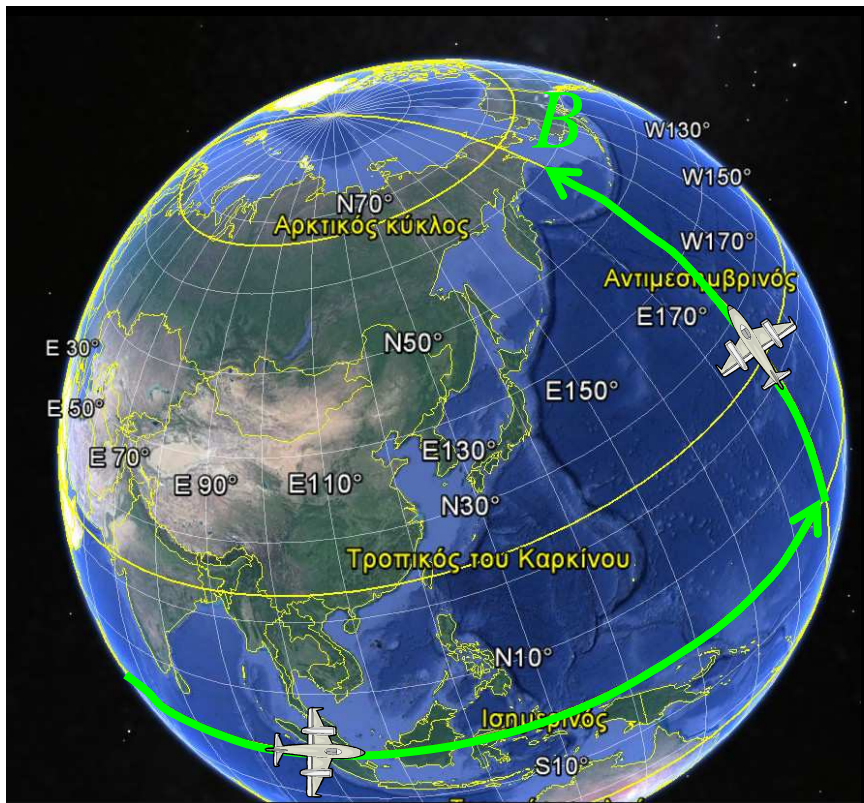
Θα ταξιδέψει ανατολικά και θα ξαναφτάσει στο A έχοντας πετάξει τζάμπα 20.000 km.

Βρισκόμαστε στον πρώτο μεσημβρινό, σε γεωγραφικό πλάτος 60°.

Κάπου βορειοανατολικά της Σκωτίας.



Δεύτερο ταξίδι:



Θα ταξιδέψει μισό Ισημερινό και θα φτάσει στον «αντίποδα» του σημείου απ' όπου ξεκίνησε.

Μετά θα πετάξει μέχρι το σημείο B που έχει γεωγραφικό πλάτος 60° και βρίσκεται στον αντιμεσημβρινό. Κάπου ανατολικά της Καμτσάτκας.

Βρεθήκαμε σε τελείως διαφορετικά σημεία. Γιατί όμως;

Η Γη δεν είναι επίπεδη. Η γεωμετρία της διαφέρει της Ευκλείδειας.

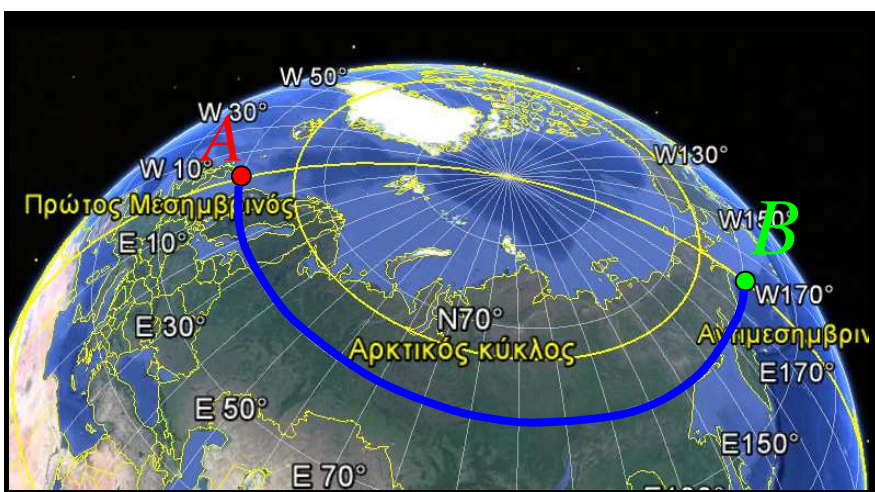
Εδώ οι μετακινήσεις δεν παριστάνονται από διανύσματα.

Αν παριστάνονταν από a και β τότε $a + \beta \neq \beta + a$

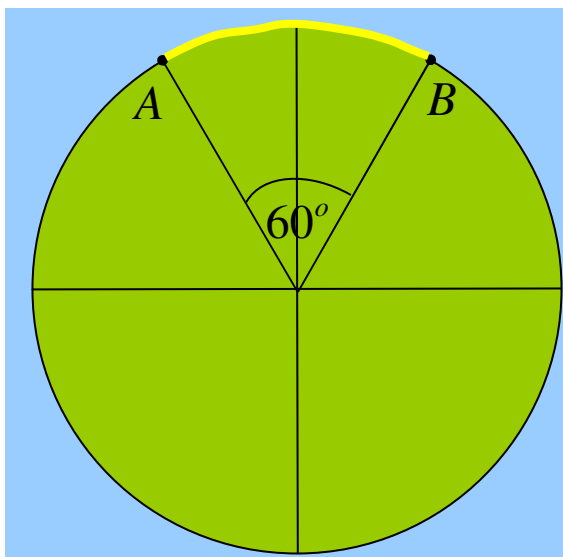
Ας δούμε για πού ξεκινήσαμε και πού φτάσαμε:

Και πόσο πρέπει να πετάξει το αεροπλάνο για να πάει από το A στο B; Μήπως μισό κύκλο, δηλαδή 10.000 km; Κορόιδο είναι να ακολουθήσει την μπλε γραμμή που δείχνει το σχήμα; Γιατί να μην ακολουθήσει την κίτρινη γραμμή που ήδη είναι χαραγμένη;

Η γραμμή αυτή είναι η «ευθεία» μεταξύ των A και B. Η συντομότερα πάσης άλλης εκούσης τα ίδια άκρα. Πρόκειται για τόξο κύκλου που έχει ως κέντρο αυτό της Γης.



Πόσο θα πετάξει;



Το ταξίδι είναι ένα τόξο 60°.

Δηλαδή είναι ίσο με το $\frac{1}{6}$ της περιφέρειας της Γης.

Είναι $\frac{40.000}{6} \text{ km} \approx 6.667 \text{ km}$ αντί για 10.000km που θα κάναμε

αν πηγαίναμε ακολουθώντας την μπλε γραμμή.

Όντως η ευθεία είναι η συντομότερα πάσης άλλης εκούσης τα ίδια άκρα.

Κάτι τέτοια ισχύουν στην Γη και μας φαίνεται περίεργο το ότι ένα αεροπλάνο όταν πετάει Λονδίνο-Νέα Υόρκη, αρχικά κατευθύνεται βορειοδυτικά και όχι δυτικά.