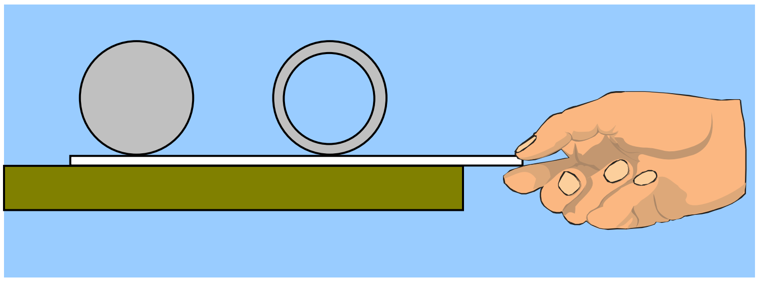
Ενάμισυ δεύτερο θέμα στο στερεό.

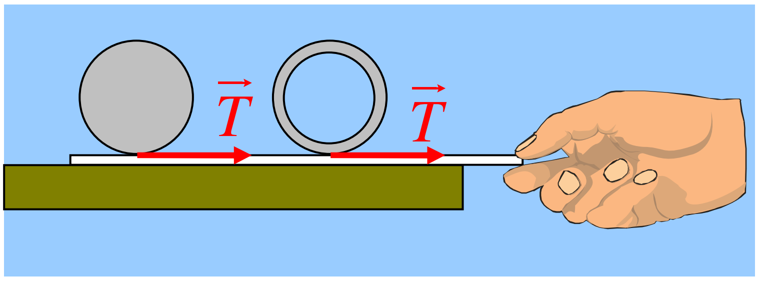


Πάνω σε ένα οριζόντιο χαρτόνι βρίσκονται ένας συμπαγής κύλινδρος και ένας κυλινδρικός φλοιός.
Έχουν ίσες μάζες, ίσες ακτίνες και παρουσιάζουν με το χαρτόνι ίδιους συντελεστές τριβής.
Τραβάω το χαρτόνι έτσι ώστε να κινείται με σταθερή επιτάχυνση.
Δυστυχώς αμφότερα τα σώματα ολισθαίνουν στο χαρτόνι.
Να συγκρίνετε την ίδια στιγμή:

1. Τις μετατοπίσεις τους.
2. Τις ορμές τους.
3. Τις στροφορμές τους.
4. Τα πλήθη περιστροφών τους.
5. Τις κινητικές τους ενέργειες.
6. Τις απώλειες μηχανικής ενέργειας.

Απαντήσεις:

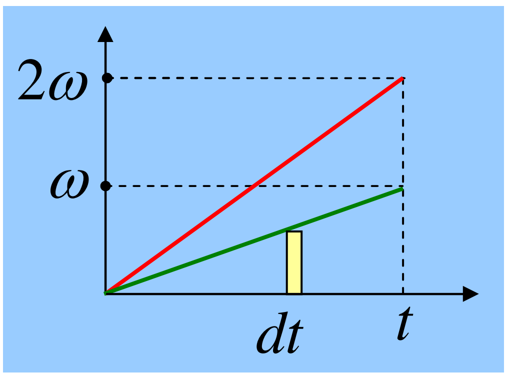
1. Αμφότερες οι τριβές είναι ίσες.
Ως τριβές ολίσθησης είναι ίσες προς:
$T = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g$
Τα σώματα έχουν και ίδιες μάζες.
Κινούνται με ίσες επιταχύνσεις και υφίστανται ίσες μετατοπίσεις σε ίσους χρόνους.



2. Αποκτούν ίσες ταχύτητες, επομένως ίσες ορμές.

3. Ξέρουμε ότι $\frac{dL}{dt} = \tau \Rightarrow \frac{dL}{dt} = T \cdot R$
Οι στροφορμές τους μεταβάλλονται με σταθερούς και ίσους ρυθμούς.
Αρχικά είναι μηδενικές, οπότε την ίδια στιγμή έχουν ίσες τιμές.

4. Η ισότητα των στροφορμών επιβάλει ισότητα των γινομένων $I \cdot \omega$.
Ο συμπαγής κύλινδρος έχει την μισή ροπή αδράνειας, οπότε έχει διπλάσια γωνιακή ταχύτητα κάθε στιγμή. Δηλαδή:



Επειδή $\omega \cdot dt = \frac{d\varphi}{dt} \cdot dt = d\varphi$ συμπεραίνουμε ότι το στοιχειώδες εμβαδόν είναι ίσο με την στοιχειώδη γωνιακή μετατόπιση.
Το ολικό εμβαδόν δίνει την ολική γωνιακή μετατόπιση.
Η γωνιακή μετατόπιση του κοίλου κυλίνδρου είναι διπλάσια.
Διπλάσιες στροφές έκανε, διότι $N = \frac{\Delta\varphi}{2\pi}$

5. Τα δύο σώματα έχουν ίδιες κινητικές ενέργειες λόγω της μεταφορικής τους κίνησης.
Όμως έχουν διαφορετικές κινητικές ενέργειες λόγω της περιστροφής τους.

$$K_\pi = \frac{1}{2} I \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{(I \cdot \omega)^2}{I} = \frac{L^2}{2I}$$

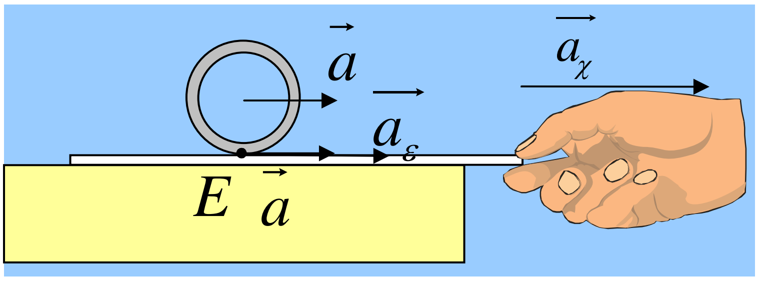
Ο συμπαγής κύλινδρος έχει διπλάσια κινητική ενέργεια λόγω της περιστροφής του, διότι έχει την μισή ροπή αδράνειας. Έχει επομένως μεγαλύτερη κινητική ενέργεια.

6. Ας σκεφτούμε ότι το κάθε σώμα είναι μόνο του στο χαρτόνι και ότι το χαρτόνι έχει μάζα αμελητέα. Όλο λοιπόν το έργο μας γίνεται κινητική ενέργεια και θερμική.
Το έργο μας είναι και στις δύο περιπτώσεις το ίδιο. Είναι ίσο με την δύναμη που βάζουμε επί την απόσταση. Η δύναμη που βάζουμε εξουδετερώνει την αντίδραση της τριβής και είναι επομένως:
$F = \mu \cdot m \cdot g$

Η μετατόπιση του χαρτονιού είναι η ίδια και στις δύο περιπτώσεις $x = \frac{1}{2} a_\chi \cdot t^2$.

Προφανώς εκεί που θα έχουμε την μικρότερη κινητική ενέργεια θα έχουμε και την μεγαλύτερη θερμική ενέργεια. Στον κοίλο κύλινδρο.

Θα μπορούσαμε και διαφορετικά να οδηγηθούμε στο ίδιο συμπέρασμα.



Τα σημεία επαφής έχουν επιτάχυνση
$a_E = a + a_\varepsilon = a + \frac{T \cdot R}{I}$
Συνεπώς μεγαλύτερη επιτάχυνση έχει το σημείο επαφής του συμπαγούς.
«Τρίβεται» πάνω στο χαρτόνι κατά:
$dS = \frac{1}{2} a_\chi \cdot dt^2 - \frac{1}{2} a_E \cdot dt^2$

Δηλαδή λιγότερο από το σημείο επαφής του κοίλου.
Παράγεται επομένως περισσότερη θερμική ενέργεια στην περίπτωση του κοίλου κυλίνδρου.

Σχόλια:
1. Είναι λάθος το να συμπεράνουμε ότι αφού κάνει περισσότερες περιστροφές ο συμπαγής παράγεται περισσότερη θερμική ενέργεια.
Στο κάτω-κάτω ακόμα και αν δεν είχαμε ολίσθηση περισσότερες στροφές θα είχαμε. Όμως δεν θα είχαμε κάποια θέρμανση.

2. Παλιά έλεγα «παράγεται θερμότητα» και καθάριζα. Η όλη ιστορία με την θερμότητα που είναι διαδικασία και όχι κάτι που απελευθερώνεται κ.λ.π. μου έχουν δέσει τη γλώσσα κόμπο.
Με ανάγκασε να μιλάω για «απώλειες μηχανικής ενέργειας», για «θερμικές ενέργειες» και άλλα ωραία. Έτσι και έβαζα στο κείμενο ότι $dQ = T \cdot dS$ θα εισέπραττα ένα κάρο σχόλια θερμοδυναμικού ύφους.
-Όχι δεν πρόκειται για θερμότητα! Η θερμοκρασία των σωμάτων αυξάνεται τόσο, όσο θα αυξανόταν αν θερμότητα…….
Όπως λέει ο Μποστ:
-Ήτοι βαδίζοντας, ως θα εβάδιζεν αν ήτο λαίδη.