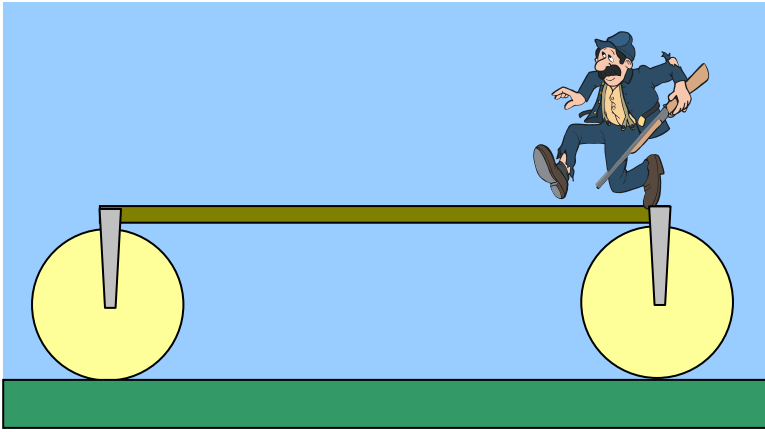


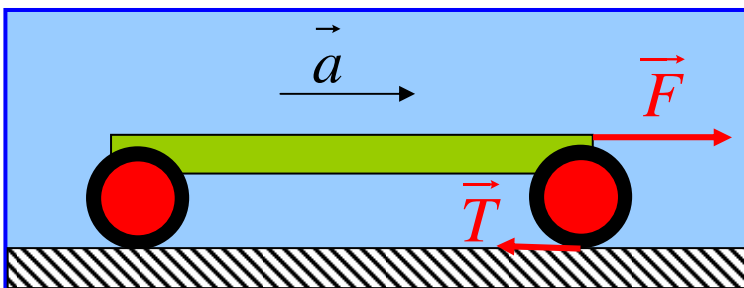
Μια πλατφόρμα με βαριές ρόδες.



Η πλατφόρμα του σχήματος έχει μάζα 40 kg και κάθε ρόδα της μάζα 10 kg.
Το μήκος της είναι 4 m.
Ο άνθρωπος του σχήματος έχει μάζα 100 kg.
Διασχίζει την πλατφόρμα ώστε να φτάσει στην αριστερή της άκρη. Εκεί σταματάει.
Η κίνησή του είναι ευθύγραμμη μεν, τυχαία δε.
Οι ρόδες δεν ολισθαίνουν στο οριζόντιο δάπεδο.
Πόσο θα μετακινηθεί η πλατφόρμα;

Το πρόβλημα του προβλήματος έγκειται στο ότι λόγω των τριβών η ορμή δεν διατηρείται.

Πριν από κάθε απόπειρα ας δούμε κάτι:



Ένα τροχοφόρο δέχεται δύναμη.
Πως θα κινηθεί αν οι τροχοί του δεν ολισθαίνουν;

Η κλασική δυναμική αντιμετώπιση θα παρακαμφθεί χάριν άλλης ευκολότερα γενικεύσιμης.

Το όχημα και κάθε τροχός κινούνται με επιτάχυνση \vec{a} .
Λόγω του ότι οι τροχοί δεν ολισθαίνουν $a = a_{\gamma} \cdot R$.

$$T \cdot R = I \cdot a_{\gamma} \Rightarrow T \cdot R = I \cdot \frac{a}{R} \Rightarrow T = \frac{I}{R^2} \cdot a$$

Το όχημα δέχεται την δύναμη \vec{F} και 4 δυνάμεις τριβής, οπότε:

$$F - 4T = M \cdot a \Rightarrow F - 4 \cdot \frac{I}{R^2} \cdot a = M \cdot a \Rightarrow a = \frac{F}{M + 4 \frac{I}{R^2}}$$

Τι σημαίνει αυτό;

Θα μπορούσαμε να «αντικαταστήσουμε» το όχημα με ένα σώμα λείο μάζας $M + 4 \frac{I}{R^2}$.

Το όχημα, δεχόμενο ίδια δύναμη, θα αποκτούσε ίδια επιτάχυνση, ίδια ταχύτητα και θα υφίστατο ίδια μετατόπιση στον ίδιο χρόνο.

Ενεργειακά τώρα:

Έστω ότι η δύναμη μετακινούσε το όχημα κατά x . Το έργο της δύναμης θα μετατρέποταν σε κινητική ενέργεια. Δηλαδή:

$$F \cdot x = \frac{1}{2} M \cdot v^2 + 4 \cdot \frac{1}{2} I \cdot \omega^2$$

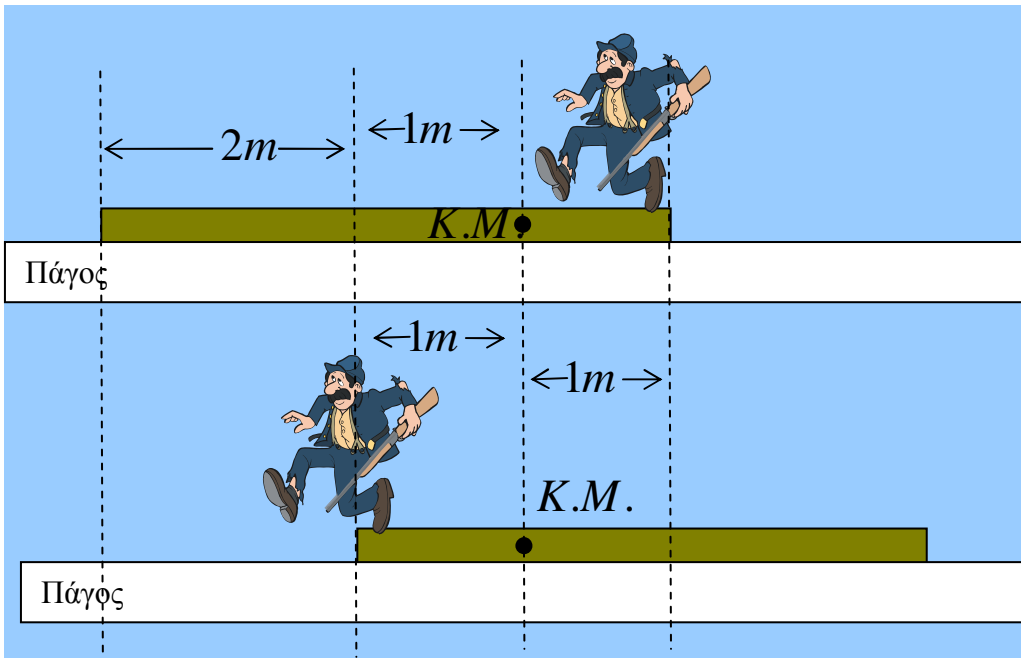
$$\Rightarrow F \cdot x = \frac{1}{2} M \cdot v^2 + 4 \cdot \frac{1}{2} \frac{I}{R^2} \cdot v^2 \Rightarrow F \cdot x = \frac{1}{2} \left(M + 4 \frac{I}{R^2} \right) \cdot v^2$$

Δηλαδή το όχημα θα αποκτούσε κινητική ενέργεια τόση όση και ένα λείο σώμα μάζας $M + 4 \frac{I}{R^2}$ το οποίο θα δεχόταν ίδια δύναμη για ίδια απόσταση.

Η μία λύση:

Αντικαθιστούμε το τροχοφόρο με άλλο σώμα λείο. Αυτό έχει μάζα:

$$M_{\sigma} = M' + 4 \frac{I}{R^2} = M' + 4 \frac{\frac{1}{2} M \cdot R^2}{R^2} = M' + 2M = 100 \text{kg}$$



Έτσι....

Το κέντρο μάζας μένει στην ίδια θέση. Αυτό σημαίνει ότι όταν ο άνθρωπος σταματάει, το ισοδύναμο της πλατφόρμας έχει μετατοπισθεί κατά 2m.

Ίδια μετατόπιση έχει υποστεί και η πλατφόρμα.

Η άλλη λύση:

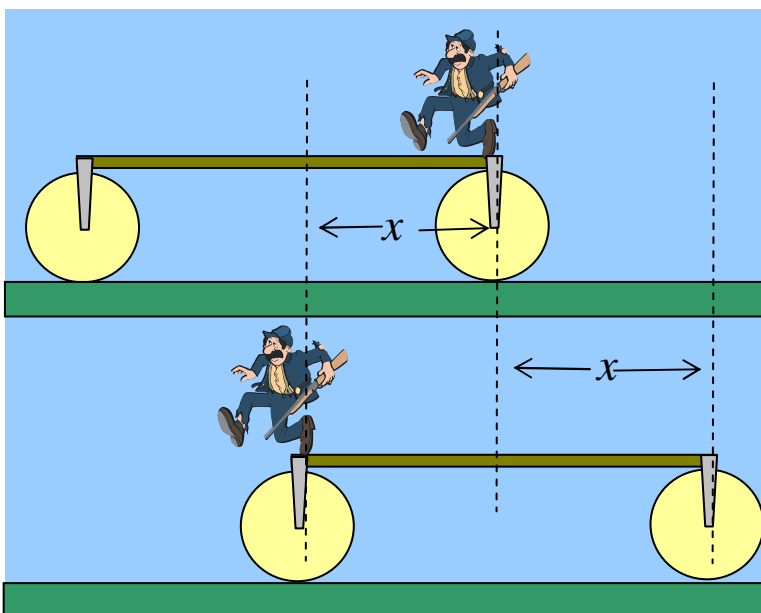
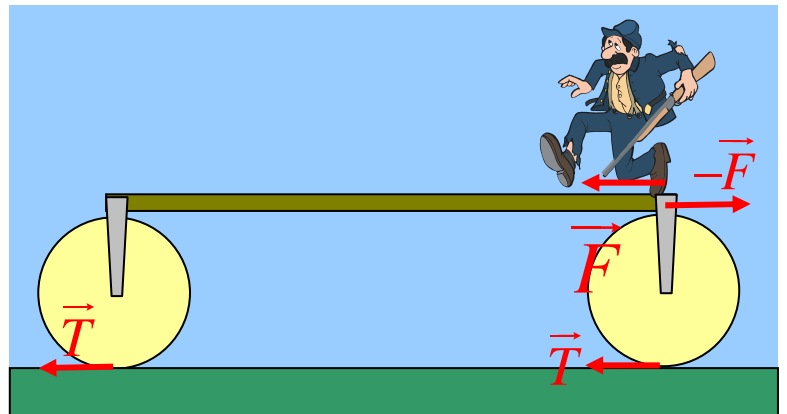
Ο άνθρωπος δέχεται δύναμη \vec{F} και η πλατφόρμα δύναμη $-\vec{F}$.

Ο άνθρωπος αποκτά επιτάχυνση:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{F}{100} \quad (\text{S.I.})$$

Η πλατφόρμα αποκτά επιτάχυνση:

$$a' = \frac{F}{M' + 4 \frac{I}{R^2}} = \frac{F}{M' + 4 \frac{M \cdot R^2}{2}} = \frac{F}{100} \quad (\text{S.I.})$$



Έχοντας ίδιες επιταχύνσεις, υφίστανται και ίδιες μετατοπίσεις.

Έστω x η μετατόπιση εκάστου.

Τότε $2x = 4m \Rightarrow x = 2m$.