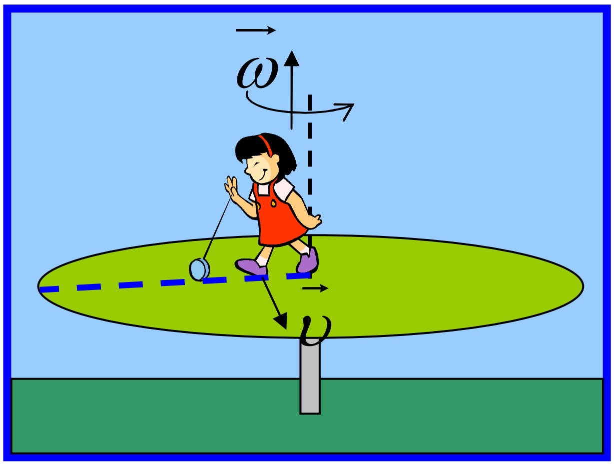
Οι τρεις σωματοφύλακες, φυγόκεντρος, Coriolis, d’ Alembert.
Μέρος δεύτερον.

Η συνέχεια του προηγούμενου ασχολείται με την, στριφνότερη κάπως, Coriolis.

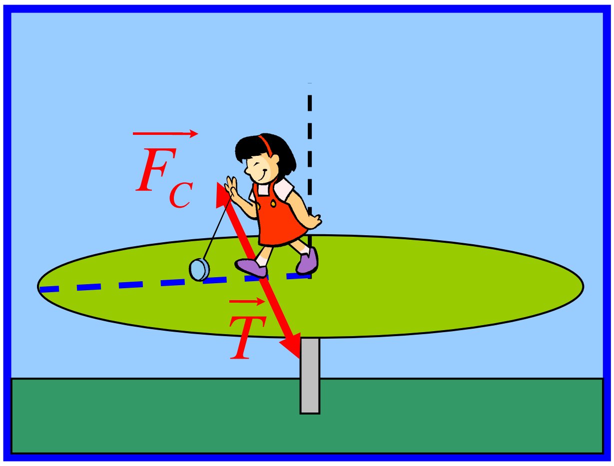
Η Coriolis μόνη της.
Δύσκολο το να την απομονώσεις από της αδελφούλα της την φυγόκεντρο. Ζούνε μαζί σε περιστρεφόμενα συστήματα. Πρέπει να μηδενίσεις την φυγόκεντρο. Πώς όμως;
Η φυγόκεντρος είναι $F_\varphi = m\cdot\omega^2\cdot R$. Αν καταστεί αμελητέα η απόσταση από την αρχή των αξόνων του συστήματος είναι αμελητέα. Η Coriolis όμως είναι $F_C = 2m\cdot\omega\cdot\upsilon\cdot\eta\mu\varphi$. Μπορεί να είναι σημαντική.
Ας το κάνουμε.

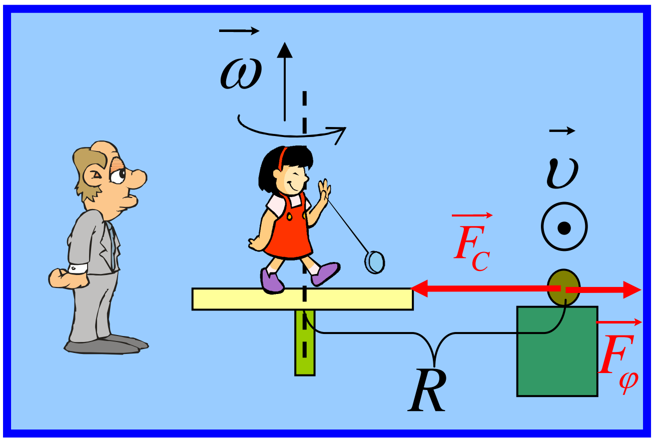


Η μικρούλα περπατάει στην μπλε εστιγμένη γραμμή.
Στο κέντρο του μύλου η ταχύτητά της είναι μηδενική.
Μόλις πατάει το πόδι μπροστά, αποκτά την ταχύτητα του σχήματος.
Πως το εξηγούμε αυτό εμείς που, ως γέροι άνθρωποι, δεν ανεβαίνουμε σε μύλους παιδικών χαρών;
Λέμε ότι μια δύναμη τριβής ασκήθηκε στην μικρούλα και την επετάχυνε.
Η δύναμη αυτή έχει φορά όπως η μεταβολή της ταχύτητας, δηλαδή όπως η ίδια η $\vec{\upsilon}$.
Η μικρούλα όμως τι λέει;
Αυτή νομίζει ότι πάει ίσια και εμείς γυρίζουμε.

Παρά το ότι δέχομαι δύναμη τριβής, πηγαίνω ίσια.
Αν δεν την δεχόμουν θα έστριβα δεξιά.
Η τριβή εξουδετερώνει μια άλλη δύναμη που δέχομαι.
Οριζόντια, με φορά προς τα δεξιά. Την δύναμη Coriolis.

Η μικρούλα βρίσκεται πολύ κοντά στον άξονα.
Έτσι οι άλλες αδρανειακές δυνάμεις που δέχεται είναι αμελητέες.
Όσο όμως πλησιάζει την περιφέρεια, αυξάνεται η δύναμη d’ Alembert και η τριβή πρέπει να αλλάξει μέτρο και διεύθυνση ώστε να εξουδετερώσει και αυτήν και την Coriolis.





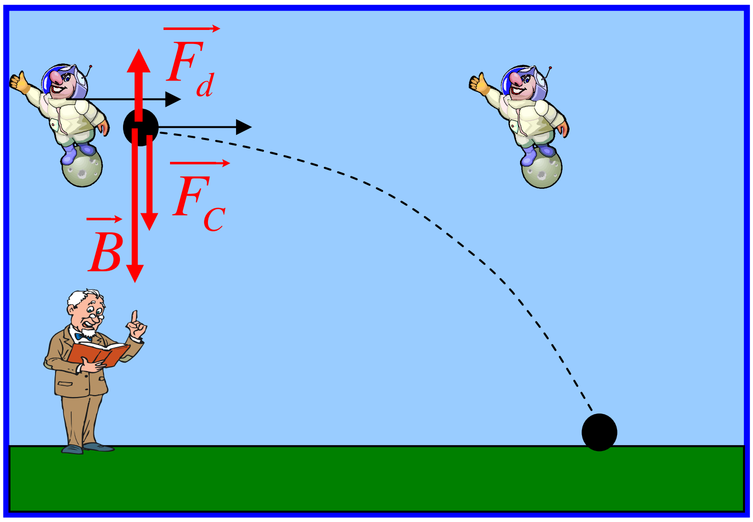
Η Coriolis με την φυγόκεντρο.
Ο κύριος βλέπει ένα ακίνητο μπαλάκι.
Αποφαίνεται ότι ουδεμία οριζόντια δύναμη δέχεται από το πράσινο κουτί.
Η μικρούλα περιστρέφεται σαν αρνί στη σούβλα.
Βλέπει το μπαλάκι να κινείται ομαλά κυκλικά, σε κύκλο ακτίνας R με ταχύτητα $\upsilon = \omega\cdot R$.
Βλέπει και την φυγόκεντρο και την Coriolis.
Αυτές είναι:

$$F_C = 2m\cdot\omega\cdot\upsilon = 2m\cdot\omega^2\cdot R$$

$$F_\varphi = m\cdot\omega^2\cdot R$$

Η συνισταμένη τους δείχνει το κέντρο του κύκλου και είναι $m\cdot\omega^2\cdot R$, δηλαδή όση η απαιτούμενη κεντρομόλος. Συνεπώς δεν χρειάζεται να ασκηθεί από το κουτί κάποια οριζόντια δύναμη.

Η Coriolis με την d' Alembert.



Στον Ισημερινό ένα μπαλάκι πέφτει.
Ο αστροναύτης το βλέπει να έχει μηδενική αρχική ταχύτητα και να εκτελεί ελεύθερη πτώση.
Βλέπει να δέχεται μόνο το βάρος του.

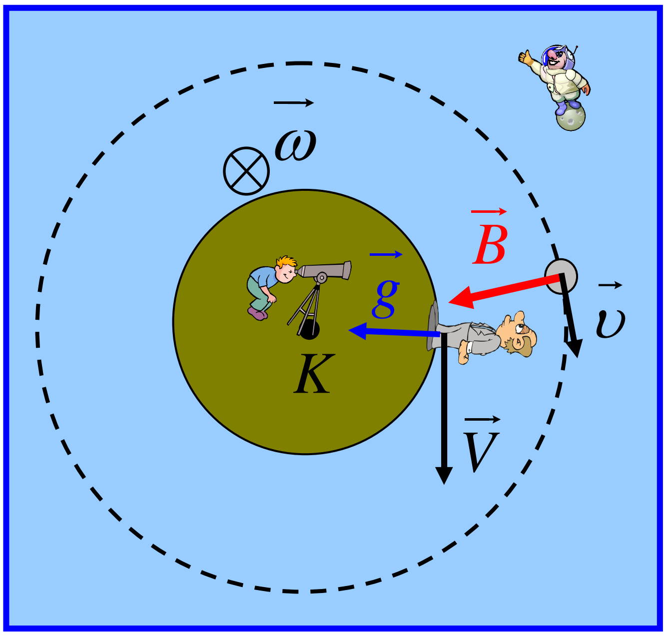
Ο γήινος παρατηρητής κινείται μαζί με το έδαφος αλλάζοντας ταυτόχρονα προσανατολισμό.
Βλέπει το μπαλάκι να κινείται με ταχύτητα $\omega \cdot R$, όπου R η ακτίνα της γης.

Η απόστασή του από το μπαλάκι είναι αμελητέα, οπότε η φυγόκεντρος είναι αμελητέα.
Όχι όμως και η d' Alembert που είναι
$F_d = m \cdot \omega^2 \cdot R$

Βλέπει ακόμα και την Coriolis που είναι ίση με: $F_C = 2m \cdot \omega \cdot \upsilon = 2m \cdot \omega^2 \cdot R$

Αυτό ήταν το λάθος μου στην συζήτηση εκείνη. Ονόμασα την d' Alembert φυγόκεντρο.

Όλος ο θίασος επί σκηνής.
Ένας πλανήτης, ολόιδιος με τη γη, στρέφεται γρήγορα, τόσο ώστε στον Ισημερινό του παρατηρούνται φαινόμενα έλλειψης βαρύτητας. Ένας δορυφόρος του περιφέρεται σε ύψος μιας ακτίνας από το έδαφος.
Θα βρούμε την γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του πλανήτη και την ταχύτητα του δορυφόρου.
Ένας κάτοικος του πλανήτη με ποια ταχύτητα βλέπει τον δορυφόρο να κινείται όταν αυτός είναι πάνω από το κεφάλι του;
Ποιες δυνάμεις βλέπει ασκούμενες στον δορυφόρο;



Ο αστροναύτης βλέπει τον κάτοικο του πλανήτη να μην δέχεται δύναμη από το έδαφος.
Το βάρος του είναι η μοναδική δύναμη και παίζει ρόλο κεντρομόλου.

Δηλαδή: $m_\kappa \cdot g = m \cdot \omega^2 \cdot R \Rightarrow \omega = \sqrt{\dfrac{g}{R}}$

Η ταχύτητα του κατοίκου είναι $V = \omega \cdot R = \sqrt{g \cdot R}$.
Η επιτάχυνση κίνησής του είναι φυσικά η g.

Ο δορυφόρος δέχεται επίσης το βάρος του $B = m \cdot \dfrac{g}{4}$.

Κεντρομόλος και αυτό, οπότε:
$$m \cdot \frac{g}{4} = \frac{m \cdot \upsilon^2}{2R} \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\frac{g \cdot R}{2}} \Rightarrow \upsilon = \frac{V}{\sqrt{2}}$$

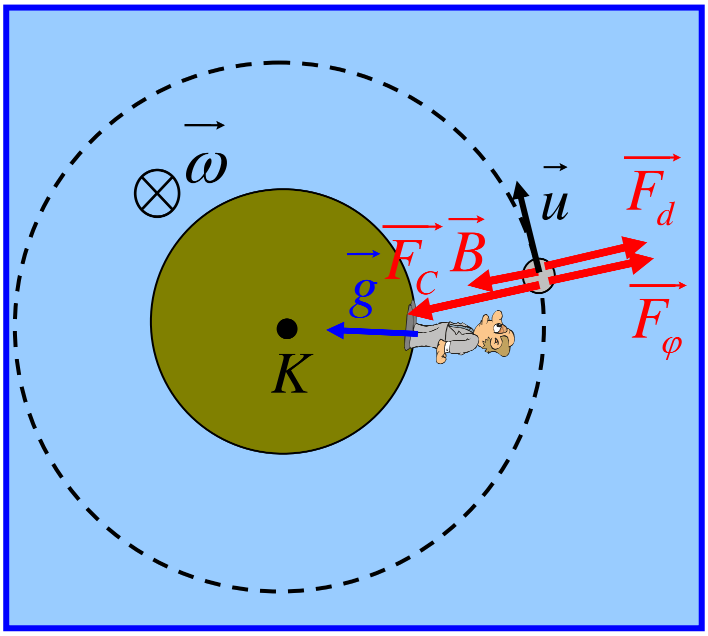
Η γωνιακή ταχύτητα περιφοράς του δορυφόρου είναι $\omega' = \dfrac{\upsilon}{2R} = \dfrac{V}{2\sqrt{2}R} = \dfrac{\omega}{2\sqrt{2}} = \dfrac{1}{2\sqrt{2}}\sqrt{\dfrac{g}{R}}$.

Όταν ο δορυφόρος είναι πάνω από το κεφάλι του κατοίκου, αυτός τον βλέπει να κινείται με ταχύτητα $\vec{u}$.
Τον βλέπει να κινείται με την ίδια ταχύτητα που τον βλέπει να κινείται και ο, επίσης κάτοικος του πλανήτη, μικρός με το κιάλι που είναι στο κέντρο του πλανήτη. Τούτο διότι ο μικρός ούτε κινείται, ούτε περιστρέφεται ως προς τον κύριο.

Ο μικρός τον βλέπει να περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα $\omega' - \omega = -\omega \cdot \left(1 - \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$.

Τον βλέπει να περιστρέφεται αντίθετα.

Συνεπώς τον βλέπει να έχει ταχύτητα $|u| = |\omega' - \omega| \cdot 2R = \omega \cdot \left(1 - \frac{1}{2\sqrt{2}}\right) \cdot 2R$.



Ο κύριος βλέπει εκτός του βάρους την δύναμη d' Alembert, $F_d = m \cdot \omega^2 \cdot R$

Αυτή είναι όση η βαρυτική έλξη που θα δεχόταν ο δορυφόρος στην επιφάνεια του πλανήτη.

Τετραπλάσια από την εκεί βαρυτική έλξη.

Ο κάτοικος στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω και βλέπει ακόμα φυγόκεντρο και Coriolis.

Η φυγόκεντρος είναι $F_\varphi = m \cdot \omega^2 \cdot R$, δηλαδή όση και η d' Alembert και τετραπλάσια α από την βαρυτική έλξη στο ύψος αυτό.

Τέλος η Coriolis έχει φορά όπως σημειώθηκε και μέτρο:

$$F_C = 2m \cdot \omega \cdot u = 2m \cdot \omega^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{2\sqrt{2}}\right) \cdot 2R$$

$$= m \cdot \omega^2 \cdot R \cdot \left(4 - \sqrt{2}\right) = m \cdot g \cdot \left(4 - \sqrt{2}\right)$$

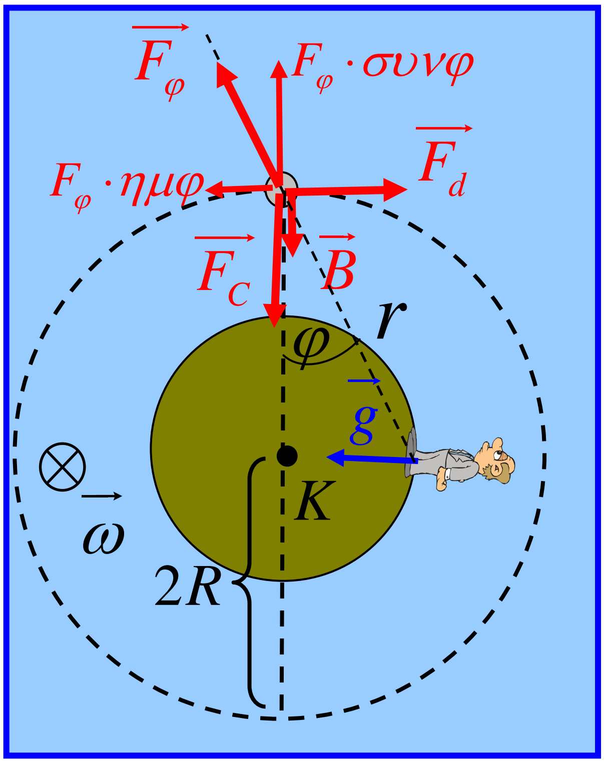
Η συνισταμένη των δυνάμεων είναι προς το κέντρο και έχει μέτρο:

$$F_{o\lambda} = m \cdot g \cdot \left(4 - \sqrt{2}\right) + \frac{m \cdot g}{4} - m \cdot g - m \cdot g = m \cdot g \cdot \left(2 + \frac{1}{4} - \sqrt{2}\right)$$

Η κεντρομόλος δύναμη, που απαιτείται ώστε να εκτελέσει κυκλική τροχιά στο ύψος αυτό, είναι ίση με:

$$m \cdot \frac{u^2}{2R} = \frac{m \cdot \omega^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2 \cdot 4R^2}{2R} = 2m \cdot \omega^2 \cdot R \cdot \left(1 + \frac{1}{8} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = m \cdot g \cdot \left(2 + \frac{1}{4} - \sqrt{2}\right)$$

Η συνισταμένη των δυνάμεων είναι ίση με την απαιτούμενη κεντρομόλο.



Σε μια άλλη θέση….

$$F_d = m \cdot \omega^2 \cdot R = m \cdot g$$

$$F_\varphi \cdot \eta\mu\varphi = m \cdot \omega^2 \cdot r \cdot \frac{R}{r} = m \cdot \omega^2 \cdot R = m \cdot g$$

Δηλαδή αλληλοεξουδετερώνονται.

Μένουν οι άλλες τρεις.

$$F_C = 2m \cdot \omega \cdot u = m \cdot g \cdot \left(4 - \sqrt{2}\right)$$

$$B = \frac{1}{4} m \cdot g$$

$$F_\varphi \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = m \cdot \omega^2 \cdot r \cdot \frac{2R}{r} = 2m \cdot \omega^2 \cdot R = 2m \cdot g$$

Η συνισταμένη τους είναι πάλι προς το κέντρο και πάλι:

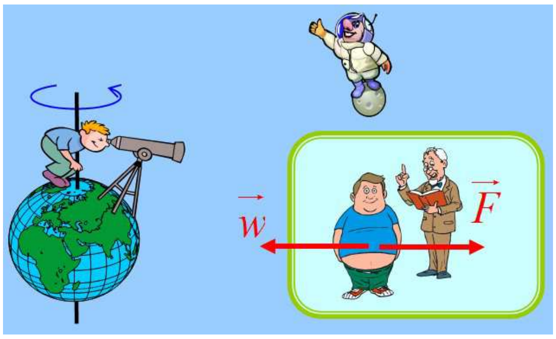
$$F_{o\lambda} = m \cdot g \cdot \left(4 - \sqrt{2}\right) + \frac{m \cdot g}{4} - 2m \cdot g = m \cdot g \cdot \left(2 + \frac{1}{4} - \sqrt{2}\right)$$

Ίδια πάλι όπως και πριν. Όση η κεντρομόλος.

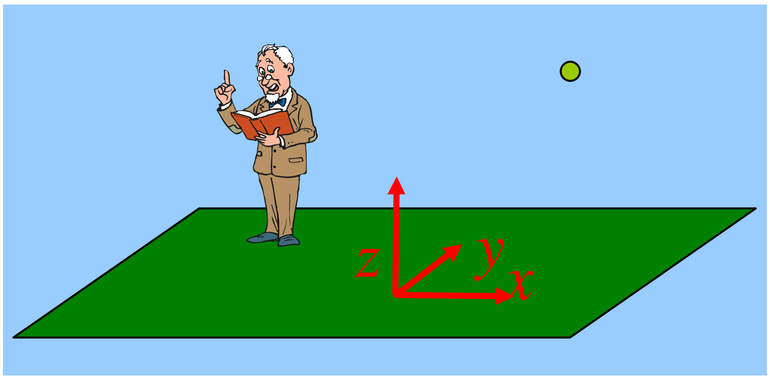
Επισυνάπτω και εδώ μια παρατήρηση που έβαλα σε σχόλιο.

Όταν χρησιμοποιείς ανθρωπάκια υπάρχει ο κίνδυνος να μπλέξεις άσχημα.

Λόγου χάριν έβαλα ένα ανθρωπάκι να παρατηρεί τον δορυφόρο.
Είναι πολύ απλό το να γεννηθεί παρανόηση.
Ο πρώτος που είχε ένσταση ήμουν εγώ.
Άλλο πράγμα το σύστημα αναφοράς και άλλο το άτομο που το χρησιμοποιεί.



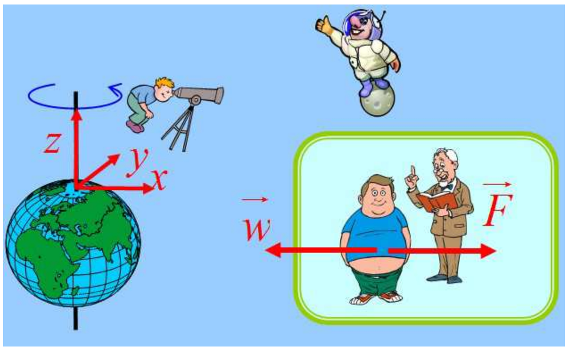
Πάμε στην επόμενη εικόνα:



Ο κύριος βλέπει το μπαλάκι πίσω του αλλά λέει ότι $x > 0$.
Είναι στο ύψος των ματιών του αλλά λέει ότι $z > 0$.

Ο παρατηρητής μας μπορεί να περπατάει, να καπνίζει, ή οτιδήποτε άλλο, όμως οι μετρήσεις του αναφέρονται στο συγκεκριμένο σύστημα, το οποίο μπορεί να είναι ακίνητο και μακριά από αυτόν.

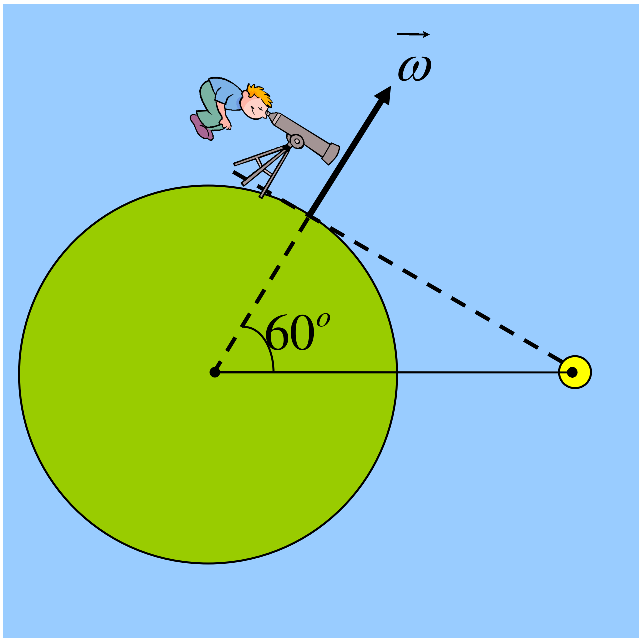
Έτσι ένα πιο σοβαρό σχήμα θα ήταν όπως η εικόνα δεξιά.
Η $\vec{\omega}$ έχει την z διεύθυνση και η φυγόκεντρος είναι κάθετη στον z άξονα, διότι $\vec{F_\varphi} = -m \cdot \vec{\omega} \times \left(\vec{\omega} \times \vec{r} \right)$.



Η φυγόκεντρος είναι η σημειωθείσα επομένως και το «πεδίο» έχει κυλινδρική συμμετρία.

Θα μπορούσε να εγερθεί ένσταση «ανθρωποκεντρική».
Το έπαθα ο ίδιος.
Θα σκεφτεί κάποιος ότι για να δω έναν δορυφόρο σε ύψος μιας ακτίνας, ο οποίος περιφέρεται στο επίπεδο του Ισημερινού, πρέπει να στηθώ στην καλύτερη περίπτωση στην Αγία Πετρούπολη.
Εκεί έχω δύο δυνατότητες.

1. Να αναλύσω την $\vec{\omega}$ και να καταλήξω στα ίδια.
2. Να μην την αναλύσω και να προσέξω ότι μεταβάλλεται με τον χρόνο. Τότε υπάρχει γωνιακή επιτάχυνση και μπαίνει στον χορό και η δύναμη Euler.



Απέφυγα λοιπόν ένα τέτοιο σύστημα αναφοράς.